Sahline

A.S :2008/2009

Devoir de contrôle N°2

Classes $4^{ème}sc_{2\&3}$

Durée : 2.h

Exercice N°1: (4 pts)

Choisir la réponse correcte.

1/ La fonction $x \mapsto \tan x - x$ est la primitive qui s'annule en 0 de la fonction

☐ $x \mapsto \tan^2 x$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{\sin^2 x}$ ☐ $x \mapsto \sin^2 x - 1$

2/ La fonction $x \mapsto \sin x$ est la primitive qui s'annule en 0 de la fonction

☐ $x \mapsto 1 - \cos x$ ☐ $x \mapsto \cos x$ ☐ $x \mapsto \cos x - 1$

3/ La primitive sur $]-1, +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{(1-x)^3}$, qui s'annule en 0 est

☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{2}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{4(1-x)^4} - \dfrac{1}{4}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2(1-x)^2} - \dfrac{1}{2}$

4/ La primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$, qui s'annule en 1 est

☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ ☐ $x \mapsto 2\ln x$ ☐ $x \mapsto 2x\ln x$

Exercice N°2: (6 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A(2,3,-1) ; B(4,0,2)$ et $C(3,2,1)$

1/a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) Calculer $\sin(\widehat{BAC})$ et $\cos(\widehat{BAC})$

c) Donner une équation cartésienne du plan (ABC) noté P

2/ Soit $Q = \left\{ M(x,y,z) \in \xi \text{ tel que } \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC} = 0 \right\}$

a) Montrer que Q est un plan dont une équation cartésienne est $3x - 4y + 5z = 0$

b) Montrer que P et Q sont sécants suivant une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique

3/ Soit H le projeté orthogonale du point C sur (AB)

a) Calculer l'aire du triangle ABC

b) Déduire la distance CH

Exercice N°3: (4 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les plans $P : -x+y+z+1=0$ et $P' : x+2y-z+2=0$

1/ Montrer que P et P' sont perpendiculaires

2/ Soit A le point de coordonnées (1,0,1)

a) Calculer la distance d de A au plan P

b) Calculer la distance d' de A au plan P'

c) Déduire la distance du point A à la droite d'intersection D de P et P'

3/ a) Donner une représentation paramétrique de D

b) Retrouver d(A , D)

Exercice N°4: (6 pts)

I- Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=1+x+\ln x$

1/ Dresser le tableau de variation de g

2/a) Montrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solution α sur $]0,+\infty[$ et que $0.27<\alpha<0.28$

b) En déduire le signe de g(x)

II- On considère la fonction f définie sur $[0,+\infty]$ par $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\ln(x)}{x+1} & \text{si } x>0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 . Interpréter graphiquement le résultat

2/a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, on a $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

3/a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ .Interpréter graphiquement le résultat

b) Vérifier que $f(\alpha)=-\alpha$

c) Tracer (ζ_f)